



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA

OTIMIZAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO UTILIZANDO  
PROGRAMAÇÃO LINEAR E NÃO LINEAR

José Fábio de Oliveira

Fortaleza- Ceará

2011



JOSÉ FÁBIO DE OLIVEIRA

OTIMIZAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO UTILIZANDO  
PROGRAMAÇÃO LINEAR E NÃO LINEAR

Monografia apresentada à disciplina de Trabalho  
Final de Curso do Departamento de Engenharia  
Química da Universidade Federal do Ceará.

Orientador: Prof.Dr. Vitor Moreira da Rocha Ponte

Fortaleza- Ceará

2011

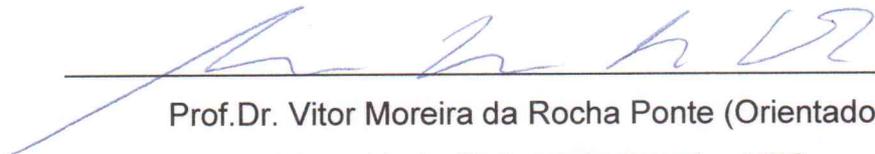
JOSÉ FABIO DE OLIVEIRA

OTIMIZAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO  
LINEAR E NÃO-LINER.

Monografia submetida à Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Química, da Universidade Federal do Ceará (UFC), como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Químico.

Aprovada em 15 / 12 / 11

BANCADA EXAMINADORA



---

Prof.Dr. Vitor Moreira da Rocha Ponte (Orientador)

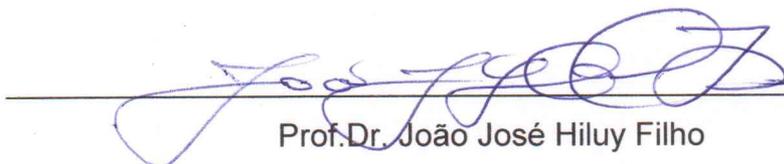
Universidade Federal do Ceará – UFC



---

Prof. Dr. Moises Bastos Neto

Universidade Federal do Ceará – UFC



---

Prof.Dr. João José Hiluy Filho

Universidade Federal do Ceará – UFC

A Deus por tudo o que tenho e sou, a minha família por me ajudar e apoiar em todos os momentos difíceis.

## Agradecimentos

Agradeço a Deus por tudo o que sou e por tudo aquilo que Ele me concedeu para que eu chegasse até o fim dessa dura jornada.

Agradeço aos meus pais, Maria Aparecida e José de Freitas, por todo empenho e dedicação para que eu chegasse até aqui. Por terem me incentivado sempre a prosseguir, e que, mesmo diante das dificuldades, sempre estiveram ao meu lado para me apoiar nessa longa e difícil caminhada. A eles que sempre acreditaram em mim e se esforçaram ao máximo para me proporcionar o melhor possível sempre.

Agradeço a professor Vitor Ponte por ter tido muita paciência e me ajudou sempre que precisei, tirando minhas dúvidas sobre este trabalho.

Agradeço a minha irmã, Fabiana, pela sua paciência e compreensão. A ela que sempre me ouviu e ajudou, a sua maneira, das mais variadas formas.

Agradeço a minha família que sempre esteve, embora, materialmente distante, presente e que contribuiu também para essa conquista.

Agradeço a todos aqueles que fizeram parte dessa longa história que é a minha formação. Obrigado a todos.

“O quase tudo quase sempre é quase nada  
E nada nos protege de uma vida sem sentido”

Engenheiros do Hawaii.

## Resumo

Com o desenvolvimento tecnológico e a busca por negócios e processos cada vez mais lucrativos surgiu o desenvolvimento da pesquisa operacional. Esta é uma área de pesquisa, que por meio de modelos matemáticos, busca a otimização de problemas reais.

Atualmente, a pesquisa operacional é usada em inúmeros seguimentos da sociedade. Ela é usada na análise das condições de funcionamento de plantas químicas e até na alocação de insumos em uma loja. Outra possível aplicação é no dimensionamento de redes de distribuição, tanto industriais como urbanas.

O presente trabalho consiste de uma análise da aplicação da pesquisa operacional focando as técnicas de Programação Linear e Não-Linear para o dimensionamento de redes de abastecimento de água. Para isso, foi criado um modelo matemático que descreve o problema de dimensionamento da rede de distribuição. Também será criada uma rotina de cálculos em linguagem Visual Basic for Applications para resolver o modelo com o auxílio da ferramenta Solver do Microsoft Excel. O programa desenvolvido foi nomeado MaxTub.

Palavras chave: Programação Linear, Programação Não-Linear, Otimização, redes de Distribuição.

## Abstract

With the technological development and the search for more lucrative business and processes, the operational research has become more evident. This is an area of research, which by means of mathematical models seeks the optimization of real problems.

Currently, operational research is used in countless segments of the society. It is used in the analysis of the conditions of chemical plants operation and even in the allocation of inputs in a store. Another possible application is in the sizing of distribution networks, both industrial and urban.

The present study consists of an analysis of the application of operational research focusing on the techniques of Linear and Nonlinear Programming for the sizing of water supply networks. To achieve that, a mathematical model describing the problem of the sizing of the distribution network was created. A routine of calculations in Visual Basic for Applications was created to solve the model with the help of the tool Solver of Microsoft Excel. The developed program was named MaxTub.

Keywords: Linear Programming, Nonlinear Programming, Optimization, Distribution networks.

## Sumário

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | Introdução .....   | 1  |
| 2     | Revisão Bibliográfica.....   | 3  |
| 2.1   | Sistemas de distribuição .....                                       | 3  |
| 2.1.1 | Definição .....  | 3  |
| 2.1.2 | Classificação das Redes .....  | 3  |
| 2.1.3 | Dimensionamento da rede .....  | 4  |
| 2.1.4 | Equação de perda de carga.....                                       | 5  |
| 2.1.5 | Métodos estatísticos.....  | 8  |
| 2.1.6 | Cálculo das redes de distribuição .....                              | 10 |
| 2.2   | Programação linear e Não-Linear .....                                | 11 |
| 2.2.1 | Metodologia da pesquisa operacional .....                            | 11 |
| 2.2.2 | Programação Linear.....  | 14 |
| 2.2.3 | Programação Não-Linear .....   | 15 |
| 2.3   | Métodos matemáticos para Programação Linear e Não-Linear.....        | 15 |
| 2.3.1 | Programação Linear .....   | 15 |
| 2.3.2 | Programação Não-Linear .....   | 16 |
| 2.3.3 | Modelagem matemática para redes de distribuição de água.....         | 16 |
| 3     | Desenvolvimento .....  | 18 |
| 3.1   | Modelo para rede ramificada.....                                     | 18 |
| 3.2   | Modelo para rede malhada.....  | 19 |
| 3.3   | Considerações gerais.....  | 20 |
| 4     | Aplicação.....   | 21 |
| 4.1   | Rede Ramificada.....   | 22 |
| 4.1.1 | Rede Ramificada com um único nó fonte com carga pré-determinada..... | 22 |
| 4.1.2 | Rede Ramificada com dois nós fonte com carga pré-determinada.        |    |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 4.1.3 | Rede Ramificada com um único nó fonte e com carga variável.... | 27 |
| 5     | Resultados .....   | 32 |
| 6     | Discussão.....   | 36 |
| 7     | Conclusões e Recomendações.....                                | 40 |
| 8     | Bibliografia .....   | 41 |
|       | APÊNDICE.....  | 43 |
|       | APÊNDICE A.....  | 44 |
|       | APÊNDICE B.....  | 49 |
|       | APÊNDICE C.....  | 59 |

## Lista de Tabelas

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 - Valores de referencia da rugosidade equivalente.....  | 7  |
| Tabela 2 - Valores de referência do coeficiente C de Hazen-Williams.....   | 10 |
| Tabela 3 - Características das tubulações Aplicadas aos modelos. ....  | 23 |
| Tabela 4 - Dados da rede ramificada. ....  | 25 |
| Tabela 5 - Resultado da metodologia da Programação Linear para rede<br>Ramificada R obtidos por PONTE (2000).....                                    | 26 |
| Tabela 6 - Dados da rede ramificada com dois reservatórios de alimentação..  | 28 |
| Tabela 7 - Resultado da metodologia da Programação Não Linear para rede<br>Ramificada R com dois reservatórios obtidos por PONTE (2000). ....        | 29 |
| Tabela 8 - Dados da Rede Ramificada R com carga do nó fonte variável. ....   | 30 |
| Tabela 9 - Resultados da metodologia da programação Linear para a rede<br>Ramificada R com carga do Nó Fonte variável obtido por PONTE (2000).....   | 31 |
| Tabela 10 - Resultado da metodologia da Programação Não Linear para rede<br>Ramificada R através do VBA e Solver. ....                               | 33 |
| Tabela 11 - Resultado da metodologia da Programação Não Linear para rede<br>Ramificada R com dois reservatórios através do VBA e Solver. ....        | 34 |
| Tabela 12 - Resultado da metodologia da Programação Não-Linear para rede<br>Ramificada R com carga do Nó Fonte variável através do VBA e Solver..... | 35 |
| Tabela 13 - Comparação dos custos otimizados. ....   | 38 |

## 1 Introdução

Com o desenvolvimento tecnológico e busca por negócios e processos cada vez mais lucrativos, na qual se busca produzir mais com o menor investimento e desperdício possível, desenvolveu-se cada vez mais estudos no ramo de pesquisa operacional, o que recebeu grande impulso com o desenvolvimento dos computadores.

A pesquisa operacional, atualmente, é aplicada nos mais diversos ramos, desde a análise de uma planta química de produção, para saber qual é a condição de operação mais rentável, ou até a análise de macro sistemas, na qual são levadas em consideração milhares de variáveis. As análises de macro mercado são um exemplo. Com isso, nas últimas décadas, estão sendo desenvolvidas inúmeras técnicas de pesquisa operacional capazes de manipular um número maior de variáveis, obtendo-se com isso uma maior confiabilidade na tomada de decisões.

Duas das técnicas de pesquisa operacional mais usadas são: a programação Linear e Não-Linear, na qual esta ainda possui alguns entraves devido à dificuldade encontrada em resolver algumas funções matemáticas.

Uma possível aplicação da pesquisa operacional é no dimensionamento de redes de distribuição, tanto em redes industriais como em redes de abastecimento urbano. Afinal, nas últimas décadas, com o crescimento populacional nas cidades, torna-se cada vez mais necessária a realização de alterações na infra estrutura existente nas cidades a fim de se obter uma melhor qualidade de vida e maior eficiência de distribuição.

Sabe-se que esses processos de reconstrução de infra-estrutura são demorados e onerosos e devem ter uma longa vida útil, além de uma boa eficiência, isto é, devem atender condições mínimas de uso, uma vez que estas sofram alterações com o passar dos anos.

As redes de distribuição de água são responsáveis pelo abastecimento de residências, comércios, indústrias, escolas, hospitais e qualquer outro equipamento urbano ou rural. Seu funcionamento é baseado em um escoamento sob pressão, de forma a vencer obstáculos físicos e a garantir um perfeito abastecimento, dos pontos de vista hidráulico, químico e biológico. As redes são constituídas de tubulações, válvulas, bombas e reservatórios, em que cada uma oferece características distintas ao escoamento.

Hidraulicamente as redes de distribuição podem ser divididas segundo várias denominações. Podem ser classificadas de acordo com sua disposição espacial em ramificada e malhada, quanto as suas derivações domiciliares, em primária e secundária e, quanto à qualidade de água transportada, em redes de água tratada e redes de água bruta.

Para o dimensionamento de redes de distribuição é necessário o conhecimento prévio das vazões de projeto para cada ponto da rede. Para isso, também se deve ter em mente os dados físicos em conjunto com dados estatísticos, a fim de se poder determinar o crescimento populacional, a ocupação do solo, os coeficientes de pico de consumo diário e horário.

O dimensionamento hidráulico faz uso de aplicações de modelos que correlacionam as características físicas de cada tubo e da água e a vazão incidente com a perda de carga em cada trecho. Além disso, deve ser feita um análise hidráulica da rede para a determinação de suas possíveis restrições, pois existem limitações físicas particulares para cada tubulação referentes à sua capacidade de transporte. Os nós também devem possuir pressões dinâmicas acima da mínima preestabelecida e pressões estáticas abaixo das máximas permitidas pelo projeto. As normas técnicas da ABNT indicam algumas dessas restrições.

Neste trabalho foi desenvolvido um programa computacional, o MaxTub (Apêndice C), que foi usado para realizar simulações a partir do modelo desenvolvido, com o intuito de otimizar os custos de projeto de redes de distribuição.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Sistemas de distribuição

#### 2.1.1 Definição

Com o desenvolvimento tecnológico, se tornou cada vez mais importante o desenvolvimento de novos sistemas de distribuição de fluidos, tanto industriais como domésticos. Estes sistemas, além de serem eficientes, devem ser pouco onerosos. As redes de distribuição devem ser adequadas ao fluido que irão transportar, pois cada um possui alguma particularidade, tais como nível de pH (ácido ou básico), viscosidade, temperatura etc.

Segundo PORTO (1998), um sistema de distribuição de água é um conjunto de tubulações, acessórios, bombas, reservatórios etc., que tem a finalidade de atender, dentro de condições sanitárias, de vazão e de pressão convenientes, a cada um dos diversos pontos de consumo de uma cidade ou setor de abastecimento.

Em outras palavras, rede de distribuição de água é definida como o conjunto de peças especiais destinadas a conduzir a água até os pontos de tomada das instalações prediais, ou até os pontos de consumo público, sempre de forma contínua e segura.

#### 2.1.2 Classificação das Redes

Segundo PORTO (1998), a concepção geométrica do sistema de reservação e distribuição dependem do porte da cidade a ser abastecida e de suas características viárias e topográficas. De modo geral, a rede de distribuição é constituída por *condutos principais* ou *condutos tronco* e *condutos secundários*. Os condutos principais são aqueles de maior diâmetro e tem como objetivo abastecer os condutos secundários, enquanto estes têm como objetivo abastecer diretamente os pontos de destino e possuem geralmente um diâmetro menor.

PORTO (1998) também afirma que dependendo da disposição dos condutos principais e do sentido de escoamento nas tubulações secundárias, as redes podem ser classificadas como *rede ramificada* e *rede malhada*. Uma rede é classificada como ramificada quando se conhece o sentido de escoamento em qualquer trecho da rede distribuição. No entanto, esta concepção é limitada a aplicação em pequenas áreas, tais como pequenas comunidades, acampamentos, sistemas de irrigação, dentre outros.

Por outro lado, as redes malhadas são constituídas por tubulações tronco que formam anéis e malhas, nas quais há possibilidade de reversibilidade de vazão dependendo da solicitação de vazão. Este sistema é mais flexível por permitir o abastecimento de qualquer ponto do sistema por mais de um caminho, minimizando as interrupções do fornecimento quando houver a manutenção de algum conduto.

### 2.1.3 Dimensionamento da rede

Independente da configuração espacial da rede, o projeto deve satisfazer algumas restrições hidráulicas, tais como pressão mínima e máxima, velocidades máximas e diâmetros mínimos e máximos admissíveis.

A norma da ABNT, NB 594 de junho de 1977, ainda em uso pela CAGECE, define as condições gerais específicas para projeto de redes de distribuição de água para abastecimento público. Algumas especificações são:

Pressão estática máxima permitida: 500 kPa.

Pressão dinâmica mínima: 100 kPa.

Diâmetro mínimo dos condutores secundários: 50 mm.

Velocidade mínima: 0,6 m/s.

Velocidade máxima: 3,5 m/s referentes à demanda máxima diária e em dutos de diâmetro inferior a 400 mm.

Perda de carga máxima nos dutos: 8 m/km (diâmetros iguais ou inferiores a 400 mm)

As perdas de carga existentes em tubulações são geradas devido às imperfeições dos dutos e são influenciadas por vários fatores. Dentre estes podemos citar: o comprimento, as características de rugosidade, a viscosidade do fluido transportado, a vazão, a densidade, a temperatura e os acidentes da tubulação.

De acordo com CLEASBY (1973), “os métodos que têm sido usados nas análise dos sistemas de distribuição incluem: o método do comprimento equivalente, omitindo e combinando tubos para formar canalizações compostas em série e em paralelo, o método de circuito ou contorno interrompido, envolvendo o corte hipotético de tubulação tributaria a um ponto no sistema de distribuição, métodos gráficos, métodos tridimensionais de Cobb, envolvendo a manipulação de um conjunto de cinco discos preparados, e o método de Hardy Cross de aproximação sucessivas”.

#### 2.1.4 Equação de perda de carga

Os primeiros estudos referentes a leis físicas que descrevem o escoamento de fluidos ocorreram em meados do século XVIII, com Chezy e depois no século XIX por Darcy e Weisbach.

Após inúmeras experiências, Darcy e Weisbach em 1845, estabeleceram uma das melhores equações empíricas para o cálculo da perda de carga distribuída ao longo das tubulações que ficou conhecida por Fórmula Universal para o cálculo da perda de carga distribuída e dada por:

$$J = \frac{f \cdot L \cdot V^2}{2 \cdot g \cdot D}$$

Onde: f: coeficiente de atrito

L: comprimento (m).

V: velocidade de escoamento (m/s).

$g$ : aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )

$D$ : diâmetro da tubulação (m)

O coeficiente de atrito  $f$  é função do número de Reynolds e da rugosidade relativa, sendo assim um número adimensional. A espessura ou altura e da rugosidade dos tubos pode ser avaliada determinando-se valores para  $e/D$ .

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional muito usado no estudo de mecânica dos fluidos e é dado por:

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}$$

Onde:  $\rho$ : densidade do fluido ( $kg/m^3$ )

$\mu$ : viscosidade absoluta do fluido ( $Pa \cdot s$ )

Para valores de Reynolds menores que 2000, o fluxo é considerado laminar onde se observam as linhas de escoamento sobrepostas umas sobre as outras e o perfil de velocidade tem uma forma parabólica. Neste caso, o valor do coeficiente de atrito é dado de acordo com a seguinte correlação:

$$f = \frac{64}{Re}$$

No entanto, para números de Reynolds maiores que 2000, o regime de escoamento é turbulento, não é possível observar as linhas de fluxo. Para esse caso existem correlações que descrevem o coeficiente de atrito, como a de Swamee e Jain que é dada por:

$$f = \frac{0,25}{\left[ \log \left( \frac{e}{3,7 \cdot D} \right) + \left( \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2}$$

Valida para:  $5000 < Re < 10^8$  e  $10^{-6} < e/D < 10^{-2}$

Segundo NETTO (1998), o emprego da fórmula universal tem-se ampliado, embora ainda não exista um conhecimento satisfatório a respeito da

variação dos valores dos coeficientes de rugosidade. A maioria dos dados divulgados sobre esses coeficientes correspondem a tubos novos, não existindo uma forma de se prever, com exatidão, possíveis variações decorrentes do fenômeno de “envelhecimento” dos tubos. As incertezas geradas pelas condições de uso reais anulam, em grande parte, as vantagens teóricas do uso das fórmulas “científicas” sobre as empíricas, pois a ordem de grandeza de imprecisões das soluções em ambos os métodos são semelhantes.

Abaixo segue a tabela 01 com dados de referência para a rugosidade absoluta equivalente:

Tabela 1 - Valores de referencia da rugosidade equivalente.

| Material  | Rugosidade equivalente $\epsilon$ (mm) |
|---|--|
| Aço comercial novo  | 0,045                                  |
| Aço laminado novo   | 0,04 a 0,10                            |
| Aço soldado novo  | 0,05 a 0,10                            |
| Aço rebitado novo   | 1 a 3                                  |
| Aço galvanizado, com costura                                  | 0,15 a 0,20                            |
| Aço galvanizado, sem costura                                  | 0,06 a 0,15                            |
| Ferro forjado   | 0,05                                   |
| Aço rebitado em uso   | 6                                      |
| Ferro fundido novo  | 0,25 a 0,50                            |
| Ferro fundido velho   | 3 a 5                                  |
| Ferro fundido oxidado   | 1 a 1,5                                |
| Concreto centrifugado novo                                    | 0,16                                   |
| Concreto armado liso com vários anos de uso                   | 0,20 a 0,30                            |
| Cobre, latão, aço revestido em epóxi, PVC, plástico em geral. | 0,00015 a 0,010                        |

Fonte: PORTO (1998)

Outra forma de se obter o coeficiente de rugosidade é através do diagrama de Moody. Este diagrama consiste em uma representação gráfica em

escala duplamente logarítmica do fator de atrito em função do número de Reynolds e da rugosidade relativa de uma tubulação. Para se usar esse método é necessário o conhecimento prévio do número de Reynolds e da rugosidade relativa, assim, é possível encontrar o coeficiente de atrito. Abaixo segue um diagrama de Moody (figura 01).

#### 2.1.5 Métodos estatísticos

Darcy foi o primeiro pesquisador a considerar a natureza e o estado dos tubos como variáveis determinantes das perdas de carga. Apesar de seus estudos datarem mais de 150 anos, sua equação ainda é usada até hoje para descrever os fenômenos de perda de carga.

No entanto, outra correlação muito aceita é a equação desenvolvida pelos Allen Hazen e Gardner Stewart Williams, que após inúmeros testes de natureza estatística envolvendo dados obtidos por inúmeros pesquisadores, propuseram em 1903, uma equação que ficou conhecida como a fórmula de Hazen-Williams e é dada por:

$$J = 10,643 \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85} \cdot D^{4,87}}$$

Onde: Q: vazão (m/s).

C: coeficiente de Hazen-Williams.

D: diâmetro (m).

O coeficiente C é uma função quase exclusiva da natureza da parede da tubulação. Esta formulação pode ser aplicada para qualquer tipo de conduto e de material e seus limites de aplicação são amplos, variando de diâmetros de 50 a 3500 mm e velocidades de até 3 m/s. A tabela 02 trás alguns valores de referência de C.

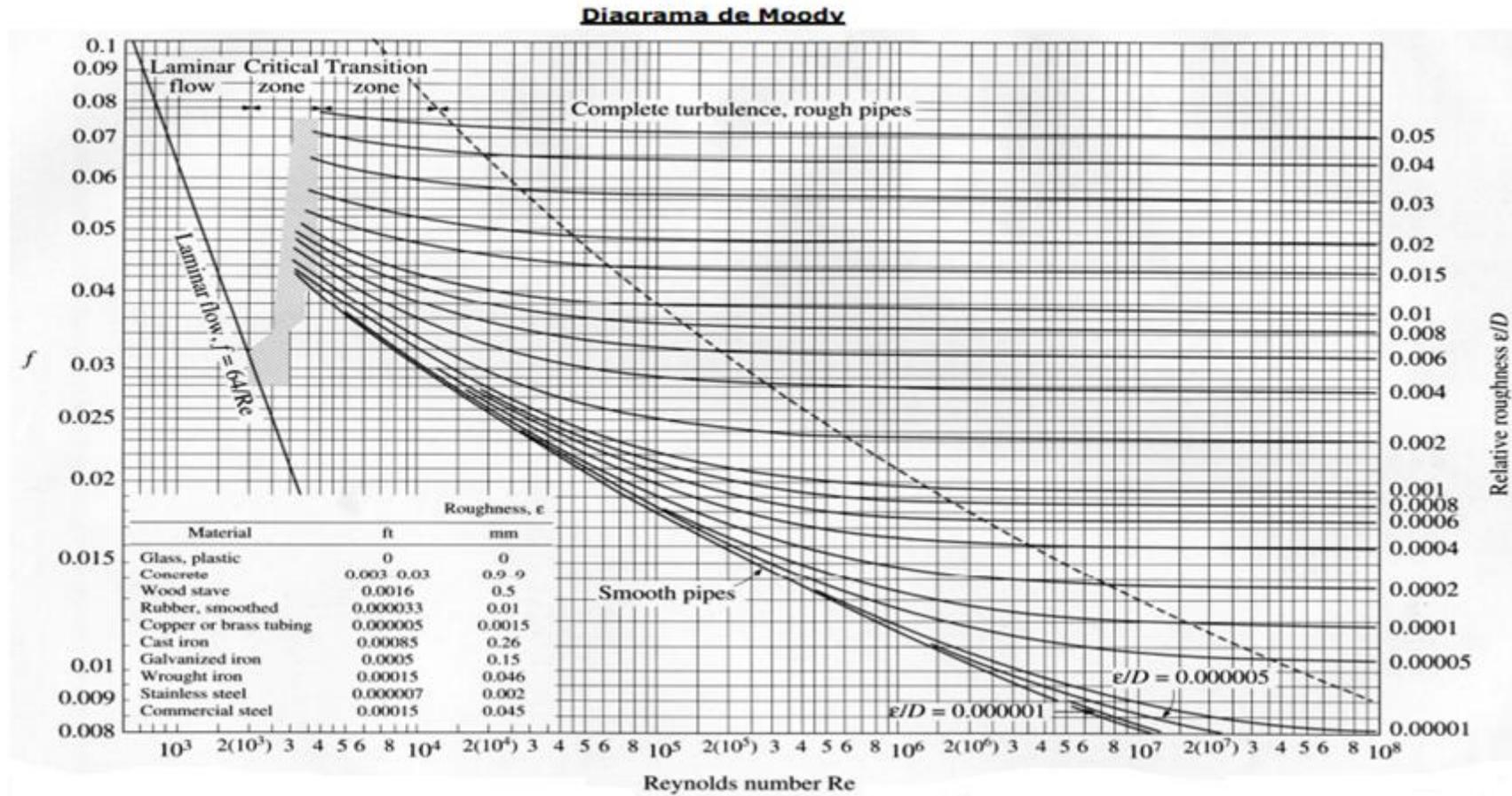


Figura 01 - Diagrama de Moody para tubos de ferro fundido.

Para a construção dos modelos matemáticos que descrevem as redes de distribuição foi adotado o método de Hazen-Williams para o cálculo da perda de carga, uma vez que este método oferece uma boa aproximação e é de fácil manipulação, facilitando a construção do modelo.

Tabela 2 - Valores de referência do coeficiente C de Hazen-Williams.

| Material  | Novos | Usados  |         |
|---|-------|---------|---------|
|   |       | 10 anos | 20 anos |
| Aço galvanizado roscado                             | 125   | 100     | -       |
| Aço soldado comum                                   | 125   | 110     | 90      |
| Chumbo  | 130   | 120     | 120     |
| Cobre   | 130   | -       | -       |
| Ferro fundido, revestimento epóxico                 | 140   | 130     | 130     |
| Ferro fundido, revestimento de argamassa de cimento | 130   | 120     | 105     |
| Latão   | 130   | 130     | 130     |
| Vidro   | 140   | -       | -       |
| Plástico (PVC)                                      | 140   | 135     | 130     |

#### 2.1.6 Cálculo das redes de distribuição

Como nas redes de distribuição ramificadas o fluxo ocorre em um único sentido em cada trecho, a aplicação das fórmulas de perda de carga anteriormente expostas se torna fácil e direta. Dadas as vazões de consumo, sua localização na malha e as características de seus componentes (comprimento, rugosidade e outros), pode-se calcular a vazão em cada trecho

e as pressões as quais o sistema está sujeito. A partir disso, pode-se realizar a análise econômica para a determinação de quais diâmetros devem ser utilizados na construção da rede de forma a minimizar os custos e atender às restrições do projeto, como pressões mínimas e vazão máxima.

Por outro lado, os cálculos de uma rede malhada possuem certa complexidade, visto que não se tem um conhecimento prévio do sentido da vazão em cada trecho. Mesmo conhecendo as vazões de consumo, sua localização na malha e as características de seus componentes, não se pode calcular diretamente as vazões em cada trecho e nem as perdas de carga a que o sistema está sujeito. Dessa forma é necessário o emprego de métodos específicos para tais problemas, um exemplo disso é o método de Hardy Cross. A análise econômica segue o mesmo princípio da rede ramificada.

## 2.2 Programação linear e Não-Linear

### 2.2.1 Metodologia da pesquisa operacional

A pesquisa operacional é uma área de estudo que tem como características básicas o uso de métodos matemáticos para resolver problemas e o desejo constante por otimização e orientação a aplicações. A sua aplicação requer basicamente sete passos descritos a seguir.

#### Passo 1- Formulação do problema

Inicialmente define-se o problema e se especifica quais os objetivos e as unidades a serem estudadas.

#### Passo 2- Observação do sistema

Deve-se coletar dados para estimar os valores dos parâmetros que afetam o problema. Estas estimativas são usadas para desenvolver e avaliar o modelo matemático do problema.

#### Passo 3- Formulação do modelo matemático do problema

Desenvolve-se o modelo matemático que representa de maneira simplificada o comportamento da realidade do problema na forma de

equações matemáticas que sevem para simular o problema. Esse modelo é constituído basicamente por funções objetivo e restrições.

#### Passo 4- Validação

Verificar-se a consistência do modelo matemático desenvolvido anteriormente e o que é pedido no problema.

#### Passo 5- Simulação de cenários

Dados o modelo e um grupo de alternativas, após comparações de resultados, se escolhe aquele que melhor satisfaz o problema.

#### Passo 6- Apresentação dos resultados e conclusão

Apresenta-se o modelo e os resultados obtidos no passo anterior para que os tomadores de decisão façam a melhor escolha.

#### Passo 7- Implantação e avaliação das recomendações.

Depois de aceito o estudo, deve-se implantar as recomendações. Para isso, o sistema deve ser constantemente monitorado, pois poderão ser necessárias atualizações.

A formulação de um problema de otimização envolve a transformação das leis físicas e de engenharia em um modelo matemático. Como na prática nenhum modelo é completamente dependente, a natureza probabilística das variáveis de decisão pode ser ignorada.

Basicamente um modelo de otimização é composto por:

- Variáveis de decisão:

Estas variáveis podem ser controladas livremente pelo tomador de decisão. A solução do problema é encontrada testando-se diversos valores das variáveis de decisão.

- Função objetivo

Esta função engloba as variáveis de decisão e é usada para medir o desempenho do modelo.

- Função de restrição

Estas funções são impostas às variáveis de decisão e podem descrever restrições de origem física, política, e econômica.

- Solução Possível

Qualquer solução de um modelo matemático que satisfaz a todas as restrições e que pode ou não satisfazer a função objetivo.

- Solução ótima

Esta é a solução possível que melhor satisfaz o modelo e conseqüentemente é a solução a ser usada pelos tomadores de decisão.

Um exemplo de modelo de otimização é apresentado abaixo.

Função objetivo de maximização dada por:

$$\max = 2 \cdot x + 3 \cdot y$$

Sujeito as restrições:

$$x + y \leq 5$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Onde: x e y são as variáveis de decisão.

Para o exemplo acima existem varias soluções possíveis. Um exemplo disso é  $x = 1$  e  $y = 1$  com  $\text{Max} = 5$ , na qual se observa que todas as restrições foram atendidas. Porém, esta não é a solução ótima. Nesse caso a solução

ótima é  $x = 0$  e  $y = 5$ , pois como se observa todas as restrições foram atendidas e a função  $\text{Max} = 15$ , que é o maior valor que ela pode ter de acordo com as restrições impostas.

### 2.2.2 Programação Linear

Segundo COLIN (2007), a programação (PL) trata do problema de alocação “ótima” de recursos escassos para a realização de atividades. Por “ótima” entendemos que não haja outra solução que seja melhor do que a oferecida (pode haver outras tão boas quanto). Os recursos escassos representam a realidade de existência finita de matéria-prima, por mais abundantes que sejam. As atividades se relacionam com algum interesse existente na fabricação de produtos, na mistura de substâncias, no atendimento ao público, no transporte e armazenagem de mercadorias etc.

Um problema de programação linear obedece a mesma estrutura básica de um problema dos modelos de otimização. Tem como principal característica o fato trabalhar apenas com equações e inequações lineares, ou seja, todas as funções e inequações que compõem o modelo matemático são funções do tipo:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$$

Onde  $c_1, c_2, \dots, c_n$  e  $b$  são constantes e  $b$  é um número qualquer.

Um exemplo básico de um problema envolvendo programação linear é:

$$\text{max} = 2 \cdot x + 3 \cdot y \quad \text{Função objetivo}$$

Sujeito a:

$$x + y \leq 5 \quad \text{Restrição}$$

$$x \geq 0 \quad \text{Restrição subscritas}$$

$$y \geq 0 \quad \text{Restrição subscritas}$$

### 2.2.3 Programação Não-Linear

Segundo COLIN (2007), a definição de programação não-linear é semelhante à definição de programação linear. A diferença básica está no fato de que as funções matemáticas usadas (tanto na função objetivo como nas restrições) possuem pelo menos uma relação não-linear entre as variáveis. Isto é, se em algum momento existir uma multiplicação entre duas ou mais variáveis, o problema é considerado não-linear.

Uma formulação básica de programação não-linear é dada por:

$$\max z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Sujeito a:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2$$

⋮

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_m$$

Em que  $b_i$  ( $i= 1, 2, \dots, m$ ) é um valor constante e pelo menos uma das equações  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  possui uma relação não-linear.

## 2.3 Métodos matemáticos para Programação Linear e Não-Linear.

### 2.3.1 Programação Linear

O método SIMPLEX é um dos mais práticos e eficientes métodos matemáticos para a solução de problemas de programação linear. Este é um método de busca que procura pela solução ótima indo de vértice em vértice da região delimitada pelo problema até que a solução ótima seja encontrada.

Um modelo matemático estruturado em programação linear sempre irá fornecer uma solução ótima global, isto é, a solução observada é a melhor possível.

### 2.3.2 Programação Não-Linear

Segundo OSSENBRUGGEN (1984), nenhum método é universalmente aplicável a todos os problemas do tipo não-linear. Quase todos os problemas em engenharia envolvendo equações não-lineares requerem considerações especiais na escolha e no desenvolvimento do algoritmo. Em programação linear se utiliza o método Simplex, o qual se mostra como um método muito poderoso na solução destes problemas, enquanto que os problemas não-lineares não apresentam tal comportamento.

Modelos matemáticos estruturados em programação não-linear resultam em soluções ótimas localizadas, isto é, as soluções encontradas podem ser consideradas ótimas para um dado trecho, porém podem existir outras soluções para o problema tão melhores quanto. Isso ocorre por causa das curvas resultantes da não-linearidade.

Os métodos mais usados em programação não-linear são o método de busca de gradientes com restrições e o de projeções de gradientes sem restrições. Outro método também usado é o método de Newton, que é um método iterativo. Com o avanço dos computadores, ele vem sendo muito usado devido a sua fácil programação.

### 2.3.3 Modelagem matemática para redes de distribuição de água.

Segundo AMARAL (1998), foi na década de 60 que os primeiros trabalhos na área do dimensionamento de redes de distribuição de água tiveram início. KARMELI *et al.* (1968) e LAI e SCHAAKE (1969), apresentaram métodos voltados para redes ramificadas. ALPEROVITS e SHAMIR (1977) expandiram o método para sistemas de anéis.

De início foram propostos métodos lineares para o dimensionamento de pequenas redes de distribuição, pois se acreditava que não era possível usar a programação para sistemas maiores e constituídos por anéis.

Um dos modelos generalizados usado para o dimensionamento de redes distribuição com anéis foi proposto por ALPEROVITS e SHAMIR (1977), pode ser descrito como:

Minimizar

$$\text{Custo} = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{n(j)} C_{jk} \cdot X_{jk}$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{n(j)} X_{jk} = L_j \quad \text{para todo trecho } j \text{ (1)}$$

$$\sum_{j \in r(i)} \sum_{k=1}^{n(j)} J_{jk} \cdot X_{jk} \leq H_o \cdot H_i^{\min} \quad \text{para todo nó } i \text{ (2)}$$

$$\sum_{j \in l(t)} \sum_{k=1}^{n(j)} J_{jk} \cdot X_{jk} = 0 \quad \text{Para todo anel independente}$$

$$J_{jk} = \alpha \left( \frac{Q_j}{C} \right)^{1,852} \cdot D_k^{-4,87} \quad \text{Para todo } j \text{ e diâmetro } k \text{ (3)}$$

$$\sum_{j \in \text{in}(i)} Q_j - \sum_{j \in \text{out}(i)} Q_j \geq d_i \quad \text{para todo } i \text{ (4)}$$

$$X_{jk} \geq 0 \quad \text{para todo } i \text{ e } k \text{ (5)}$$

Onde:

$c_{jk}$  = comprimento · custo                      para todo trecho  $j$  de diâmetro  $k$ .

A função objetivo representa o custo total do problema que deve ser otimizado.

As funções restrição (1) diz que a soma de todos frações de trechos de diâmetro  $k$  para um mesmo trecho  $j$  deve ter comprimento igual ao trecho  $j$ .

A restrição (2), diz que a perda de carga deve está dentro dos limites de pressão da rede.

O termo (3), para o modelo, é parâmetro e calcula a perda de carga para todos os trechos  $j$ . Esse parâmetro é a equação de Hazen-Williams.

A restrição (4), representa o limite de vazão que todo trecho  $j$  suporta e a (5) diz que todas as variáveis de decisão do problema devem ser positivas.

### 3 Desenvolvimento

#### 3.1 Modelo para rede ramificada

O modelo para redes ramificadas apresentado por ALPEROVITS e SHARMIR foram adicionadas algumas restrições. Estas restrições são:

- Restrição de capacidade de transporte de água. Esta restrição pode ser representada por um valor limite de vazão, de velocidade ou de perda de carga unitária. Estas três limitações representam a capacidade máxima de cada conduto.
- A existência ou não de trechos com dois ou mais diâmetros, isto é, há ou não a possibilidade de um trecho entre dois nós ser construído com dutos de diâmetro diferentes em série.

Após rearranjamos as equações, o modelo será:

Minimizar:

$$\text{Custo} = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{n(j)} C_{jk} \cdot Y_{jk}$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{n(j)} Y_{jk} = 1$$

Para todo trecho  $J$

$$\sum_{k=1}^k J_{jk} \cdot Y_{jk} \cdot L_j = H_{\text{mont}} - H_{\text{jus}} \quad \text{Para todo } J$$

$$J_{jk} = \alpha \left( \frac{Q_j}{C} \right)^{1,852} \cdot D_k^{-4,87} \quad \text{Para todo } j \text{ e } k$$

$$H_i \geq H_i^{\text{min}} \quad \text{Para todo } i$$

$$Q_j < Q_k^{\text{max}} \quad \text{Para todo } J$$

$$0 \leq Y_{jk} \leq 1 \quad \text{Para todo } j \text{ e } k$$

Para o caso de diâmetro único adiciona-se a seguinte restrição:

$$Y_{jk} \in \{0,1\} \quad \text{Para todo } j \text{ e } k$$

### 3.2 Modelo para rede malhada

Para a aplicação do modelo malhado descrito por ALPEROVITS e SHAMIR (1977) é necessário fazer a mesmas considerações descritas para a rede ramificada. Porém, existem algumas alterações nas equações, devido a natureza não-linear do problema. Assim, o modelo matemático para a otimização de uma rede malhada é:

Minimizar:

$$\text{Custo} = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{n(j)} C_{jk} \cdot Y_{jk}$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{n(j)} Y_{jk} = 1 \quad \text{Para todo trecho } J$$

$$\sum_{k=1}^k (J_{jk}^{\text{cresc}} - J_{jk}^{\text{decresc}}) \cdot Y_{jk} \cdot L_j = H_{\text{inf}} - H_{\text{sup}} \quad \text{Para todo } J$$

$$J_{jk}^{\text{decresc}} = \alpha \left( \frac{Q_j^{\text{decresc}}}{C} \right)^{1,852} \cdot D_k^{-4,87} \quad \text{Para todo } j \text{ e } k$$

$$J_{jk}^{\text{cresc}} = \alpha \left( \frac{Q_j^{\text{cresc}}}{C} \right)^{1,852} \cdot D_k^{-4,87} \quad \text{Para todo } j \text{ e } k$$

$$\sum Q_i^{\text{entra}} - \sum Q_i^{\text{sai}} = d_i \quad \text{Para todo } i$$

$$H_i \geq H_i^{\text{min}} \quad \text{Para todo } i$$

$$Q_j < Q_k^{\text{max}} \quad \text{Para todo } j$$

$$0 \leq Y_{jk} \leq 1 \quad \text{Para todo } j \text{ e } k$$

Para o caso de diâmetro único adiciona-se a seguinte restrição:

$$Y_{jk} \in \{0,1\} \quad \text{Para todo } j \text{ e } k$$

### 3.3 Considerações gerais

Usando Visual Basic (VBA) e o Solver, ferramentas pertencentes ao pacote Microsoft Office Excel, foi desenvolvida uma rotina computacional baseada nos princípios de programação linear para a otimização de redes de distribuição ramificada. A estrutura do programa é simples e pode ser descrita em três etapas.

A primeira etapa consiste no fornecimento dos dados de entrada característicos das tubulações disponíveis e dos dados do projeto, tais como comprimento dos trechos, pressões máximas e mínimas, diâmetro e seus custos. O MaxTub apresenta uma interface contendo tabelas que devem ser preenchidas pelo usuário com esses dados de acordo com as especificações.

A segunda etapa consiste na aplicação do método de programação, para a realização dos cálculos que compõem o modelo matemático. O usuário, por meio de um botão, ativa o MaxTub e ele realizará inúmeros cálculos como

cálculos perda de carga, pressão em cada nó, utilização da ferramenta Solver e etc.) usando os dados antes computados.

A terceira etapa consiste na geração dos dados de saída do programa. Após a realização de todos os cálculos pertinentes ao método, dados são gerados e apresentados em uma tabela de resultados, que, conseqüentemente, indicará a configuração ótima da rede, junto com seu custo de construção otimizado.

A rotina de cálculos criada neste trabalho está disponível no apêndice A.

## 4 Aplicação

AMARAL (1998) publicou trabalho onde por meio de duas redes de distribuição malhadas, foram aplicadas a metodologia de MORGAN e GOULTER (1985), a metodologia de programação Linear e Não Linear. Uma vez que eram conhecidos resultados para a metodologia de MORGAN e GOULTER (1985), puderam-se validar os modelos linear e não-linear desenvolvidos por AMARAL (1998).

Os resultados obtidos por AMARAL (1998) para a programação linear foram muito próximos dos resultados obtidos pela metodologia de MORGAN e GOULTER (1985), uma vez que foi obtido um custo 4,7% menor em relação ao método de MORGAN e GOULTER (1985) para a programação não-linear e um custo de 2% menor para o método de programação linear. Com isso conclui-se que os métodos de programação linear e não-linear são aplicáveis aos problemas de otimização de redes de distribuição.

PONTE (2000) também realizou trabalhos aplicando programação linear e não-linear às redes de distribuição e obteve resultados condizentes com os de AMARAL (1998).

Dada a eficiência dos métodos de programação linear e não-linear, o modelo matemático desenvolvido anteriormente será aplicado a uma rede ramificada R a fim de se ter uma nova comprovação. Algumas considerações

foram introduzidas neste modelo, como a ausência de restrição para a capacidade máxima de adução de cada tubo e o diâmetro único para cada trecho.

Para esta comparação foram usados os custos unitários semelhantes aos usados por PONTE (2000), atualizados pelo índice INCC para setembro de 2011, assim como os mesmos coeficientes de perda de carga. Na tabela 03 estão descritos para cada diâmetro, a perda de carga, vazão e velocidade máximas admissíveis, o coeficiente de Hazen-Williams adotado, o material empregado na construção das tubulações e o custo unitário destas.

Neste trabalho será focado o princípio de programação Linear, com o qual serão realizadas simulações, com o propósito de dimensionar uma rede de distribuição. Estas simulações iram abordar algumas condições específicas da rede, tais como redes com um ou mais nós fontes e carga no nó fonte variável.

PONTE (2000) apresentou uma rede de distribuição ramificada R na qual aplicou a metodologia de programação linear. Para realizar os cálculos propostos pelo modelo foi usado o pacote computacional LINGO da empresa LINDO SYSTEMS, contendo ferramentas de otimização de projetos.

Os Resultados obtidos por PONTE (2000) foram usados para validação do programa desenvolvido neste trabalho, o MaxTub.

## 4.1 Rede Ramificada

### 4.1.1 Rede Ramificada com um único nó fonte com carga pré-determinada

PONTE (2000) desenvolveu um traçado para a rede ramificada R, representado na figura 02, cujos dados estão apresentados na tabela 04.

Tabela 3 - Características das tubulações Aplicadas aos modelos.

| Diâmetro (mm) | Perda de carga máxima (m/Km) | Vazão Máxima (m <sup>3</sup> /Km) | Velocidade máxima (m/s) | Coefficiente de Hazen-Williams | Material | Custo (R\$/m) |
|---------------|------------------------------|-----------------------------------|-------------------------|--------------------------------|----------|---------------|
| 50            | 8,00                         | 1,08                              | 0,55                    | 140                            | PVC      | 17,00         |
| 75            | 8,00                         | 3,13                              | 0,71                    | 140                            | PVC      | 33,47         |
| 100           | 8,00                         | 6,68                              | 0,85                    | 140                            | PVC      | 53,77         |
| 150           | 8,00                         | 19,44                             | 1,10                    | 140                            | PVC      | 109,30        |
| 200           | 8,00                         | 41,45                             | 1,32                    | 140                            | PVC      | 184,21        |
| 250           | 8,00                         | 74,58                             | 1,52                    | 140                            | PVC      | 272,30        |
| 300           | 8,00                         | 120,52                            | 1,71                    | 140                            | PVC      | 391,72        |
| 350           | 8,00                         | 167,92                            | 1,75                    | 130                            | Ferro    | 1907,44       |
| 400           | 8,00                         | 238,65                            | 1,90                    | 130                            | Ferro    | 2329,11       |
| 450           | 7,67                         | 318,08                            | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 2772,38       |
| 500           | 6,78                         | 392,69                            | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 3156,98       |
| 600           | 5,48                         | 565,47                            | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 4092,40       |
| 700           | 4,57                         | 769,67                            | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 5270,55       |
| 800           | 3,91                         | 1005,28                           | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 6402,13       |
| 900           | 3,41                         | 1272,31                           | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 7690,74       |
| 1000          | 3,01                         | 1570,75                           | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 8999,19       |
| 1200          | 2,43                         | 2261,88                           | 2,00                    | 130                            | Ferro    | 12196,39      |

Para a simulação da rede R, foram considerados três níveis de restrições, são eles:

- Não existe restrição com relação à máxima adução dos tubos e qualquer trecho pode apresentar tubulações com diâmetros diferentes.

- Existem restrições com relação à máxima capacidade dos tubos e qualquer trecho pode apresentar tubulações com diâmetros diferentes.
- Existem restrições com relação à máxima capacidade dos tubos e cada trecho deve ser constituído por um único diâmetro.

Para todas as simulações, PONTE (2000), utilizou os mesmos níveis de restrição. Os resultados obtidos por PONTE (2000) são apresentados a seguir na tabela 05.

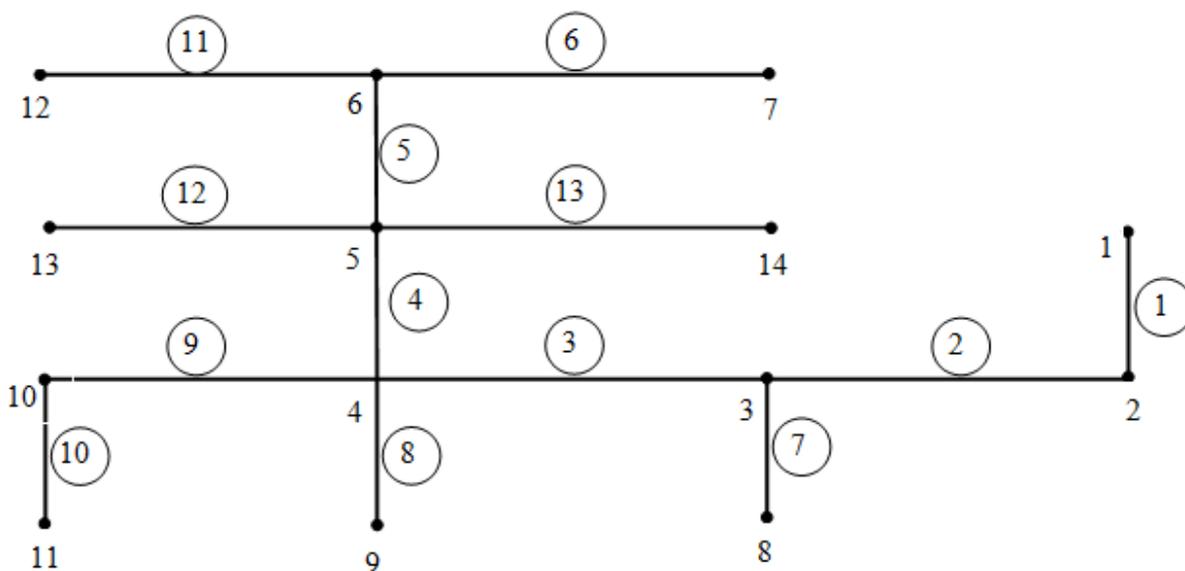


Figura 2 - Traçado da rede ramificada R (adaptado de PONTE (2000)).

Tabela 4 - Dados da rede ramificada.

| Trecho | Nó     |         | Comprimento<br>(m) | Vazão no<br>duto (l/s) | Nó | Vazão<br>(m/l) | Cota<br>terreno<br>(m) | Pressão<br>requerida<br>(m) |
|--------|--------|---------|--------------------|------------------------|----|----------------|------------------------|-----------------------------|
|        | Origem | Destino |                    |                        |    |                |                        |                             |
| 1      | 1      | 2       | 200                | 76                     | 1  | -              | -                      | 29*                         |
| 2      | 2      | 3       | 200                | 71                     | 2  | 5,00           | 15                     | 10                          |
| 3      | 3      | 4       | 300                | 56                     | 3  | 10,00          | 15                     | 10                          |
| 4      | 4      | 5       | 150                | 26                     | 4  | 10,00          | 16                     | 10                          |
| 5      | 5      | 6       | 150                | 13                     | 5  | 6,00           | 14                     | 10                          |
| 6      | 6      | 7       | 300                | 3                      | 6  | 6,00           | 14                     | 10                          |
| 7      | 3      | 8       | 100                | 5                      | 7  | 3,00           | 10                     | 10                          |
| 8      | 4      | 9       | 100                | 5                      | 8  | 5,00           | 13                     | 10                          |
| 9      | 4      | 10      | 300                | 15                     | 9  | 5,00           | 12                     | 10                          |
| 10     | 10     | 11      | 100                | 5                      | 10 | 10,00          | 14                     | 10                          |
| 11     | 6      | 12      | 300                | 4                      | 11 | 5,00           | 14                     | 10                          |
| 12     | 5      | 13      | 300                | 4                      | 12 | 4,00           | 8                      | 10                          |
| 13     | 5      | 14      | 300                | 3                      | 13 | 4,00           | 8                      | 10                          |
|        |        |         |                    |                        | 14 | 3,00           | 9                      | 10                          |

\* Pressão existente (nó fonte)

Tabela 5 - Resultado da metodologia da Programação Linear para rede Ramificada R obtidos por PONTE (2000).

| Trecho       | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |                | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único |                 |                | Com restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |                |
|--------------|--|-----------------|----------------|--|-----------------|----------------|--|-----------------|----------------|
|              | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$)    | Diâmetro (mm)                                  | Comprimento (m) | Custo (R\$)    | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$)    |
| 1            | 300  | 200             | 28307          | 300  | 200             | 28307          | 300  | 200             | 28307          |
| 2            | 250 e 300                                  | 70 e 130        | 25287          | 250 e 300                                      | 70 e 130        | 25287          | 300  | 200             | 28307          |
| 3            | 250  | 300             | 29516          | 250  | 300             | 29516          | 250  | 300             | 28307          |
| 4            | 150 e 200                                  | 90 e 60         | 7547           | 200  | 150             | 9985           | 200  | 150             | 9985           |
| 5            | 150  | 150             | 5925           | 150  | 150             | 5925           | 150  | 150             | 5925           |
| 6            | 50 e 75                                    | 39 e 261        | 3395           | 75   | 300             | 3628           | 75   | 300             | 3628           |
| 7            | 50 e 75                                    | 21 e 79         | 1057           | 100  | 100             | 1942           | 100  | 100             | 1942           |
| 8            | 50 e 75                                    | 18 e 82         | 1101           | 100  | 100             | 1942           | 100  | 100             | 1942           |
| 9            | 100 e 150                                  | 1.2 e 298.8     | 11823          | 150  | 300             | 11848          | 150  | 300             | 11848          |
| 10           | 100  | 100             | 1942           | 100  | 100             | 1942           | 100  | 100             | 1942           |
| 11           | 50 e 75                                    | 30 e 270        | 3451           | 100  | 300             | 5828           | 100  | 300             | 5828           |
| 12           | 50 e 75                                    | 36 e 264        | 3415           | 100  | 300             | 5828           | 100  | 300             | 5828           |
| 13           | 50 e 75                                    | 72 e 228        | 3199           | 75   | 300             | 3628           | 75   | 300             | 3628           |
| <b>Total</b> |  |                 | <b>125.971</b> |  |                 | <b>135.614</b> |  |                 | <b>137.424</b> |

#### 4.1.2 Rede Ramificada com dois nós fonte com carga pré-determinada.

Outra abordagem usada por PONTE (2000) para o estudo da metodologia de Programação Linear foi o uso de redes com dois nós fonte, isto é, redes de distribuição de água com dois reservatórios. Para isso a rede malhada R foi redefinida através da inclusão de um segundo reservatório, como descrito na tabela 06. Os reservatórios possuem vazões pré-definidas.

Foram usados os mesmo níveis de restrição da simulação anterior.

A tabela 07 traz os resultados obtidos para rede com dois reservatórios.

#### 4.1.3 Rede Ramificada com um único nó fonte e com carga variável.

Uma terceira abordagem usada por PONTE (2000) foi quanto ao dimensionamento de uma rede ramificada na qual o nó fonte possui carga variável. Para isso, o modelo foi adequado com o incremento do termo que relaciona o custo da construção do reservatório de alimentação com a carga.

O termo usado para mensurar o valor de construção do reservatório é dado por:

$$\text{Custo (R\$)} = 10000 \cdot \text{Altura (m)}$$

A rede foi simulada para os mesmos três níveis de restrição apresentados anteriormente. Os dados da rede ramificada com carga do reservatório variável estão descritos na tabela 08 e os resultados obtidos através do MaxTub estão na tabela 09.

Tabela 6 - Dados da rede ramificada com dois reservatórios de alimentação.

| Trecho | Nó     |         | Comprimento<br>(m) | Vazão no<br>duto (l/s) | Nó | Vazão<br>(m/l) | Cota<br>terreno<br>(m) | Pressão<br>requerida<br>(m) |
|--------|--------|---------|--------------------|------------------------|----|----------------|------------------------|-----------------------------|
|        | Origem | Destino |                    |                        |    |                |                        |                             |
| 1      | 1      | 2       | 200                | 40                     | 1  | -40,00**       | -                      | 29*                         |
| 2      | 2      | 3       | 200                | 35                     | 2  | 5,00           | 15                     | 10                          |
| 3      | 3      | 4       | 300                | 15                     | 3  | 10,00          | 15                     | 10                          |
| 4      | 4      | 5       | 150                | 26                     | 4  | 10,00          | 16                     | 10                          |
| 5      | 5      | 6       | 150                | 13                     | 5  | 6,00           | 14                     | 10                          |
| 6      | 6      | 7       | 300                | 3                      | 6  | 6,00           | 14                     | 10                          |
| 7      | 3      | 8       | 100                | 10                     | 7  | 3,00           | 10                     | 10                          |
| 8      | 4      | 9       | 100                | 10                     | 8  | 5,00           | 13                     | 10                          |
| 9      | 4      | 10      | 300                | 31                     | 9  | 5,00           | 12                     | 10                          |
| 10     | 10     | 11      | 100                | 5                      | 10 | -36,00**       | -                      | 28*                         |
| 11     | 6      | 12      | 300                | 4                      | 11 | 5,00           | 14                     | 10                          |
| 12     | 5      | 13      | 300                | 4                      | 12 | 4,00           | 8                      | 10                          |
| 13     | 5      | 14      | 300                | 3                      | 13 | 4,00           | 8                      | 10                          |
|        |        |         |                    |                        | 14 | 3,00           | 9                      | 10                          |

\* Pressão existente (nó fonte)

\*\* Os valores negativos equivale aos nós que estão alimentando a rede (fluxo entrado na malha).

Tabela 7 - Resultado da metodologia da Programação Não Linear para rede Ramificada R com dois reservatórios obtidos por PONTE (2000).

| Trecho       | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             |
|--------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|
|              | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                                  | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) |
| 1            | 250  | 200             | 19677       | 250  | 200             | 19677       | -  | 200             | -           |
| 2            | 200  | 200             | 13312       | 200  | 200             | 13312       | -  | 200             | -           |
| 3            | 150 e 200                                  | 255 e 45        | 13065       | 150 e 200                                      | 96 e 204        | 17369       | -  | 300             | -           |
| 4            | 150 e 200                                  | 90 e 60         | 7547        | 200  | 150             | 9985        | -  | 150             | -           |
| 5            | 150  | 150             | 5925        | 150  | 150             | 5925        | -  | 150             | -           |
| 6            | 50 e 75                                    | 39 e 261        | 3395        | 75   | 300             | 3628        | -  | 300             | -           |
| 7            | 75 e 100                                   | 51 e 49         | 1569        | 150  | 100             | 3949        | -  | 100             | -           |
| 8            | 75 e 100                                   | 45 e 55         | 1613        | 150  | 100             | 3949        | -  | 100             | -           |
| 9            | 150 e 200                                  | 42 e 258        | 18830       | 200  | 300             | 19968       | -  | 300             | -           |
| 10           | 100  | 18 e 82         | 1101        | 100  | 100             | 1942        | -  | 100             | -           |
| 11           | 50 e 75                                    | 30 e 270        | 3451        | 100  | 300             | 5828        | -  | 300             | -           |
| 12           | 50 e 75                                    | 36 e 264        | 3415        | 100  | 300             | 5828        | -  | 300             | -           |
| 13           | 50 e 75                                    | 72 e 228        | 3199        | 75   | 300             | 3628        | -  | 300             | -           |
| <b>Total</b> | <b>96.105</b>                              |                 |             | <b>114.995</b>                                 |                 |             | <b>-</b>                                   |                 |             |

Tabela 8 - Dados da Rede Ramificada R com carga do nó fonte variável.

| Trecho | Nó     |         | Comprimento<br>(m) | Vazão no<br>duto (l/s) | Nó | Vazão<br>(m/l) | Cota<br>terreno<br>(m) | Pressão<br>requerida<br>(m) |
|--------|--------|---------|--------------------|------------------------|----|----------------|------------------------|-----------------------------|
|        | Origem | Destino |                    |                        |    |                |                        |                             |
| 1      | 1      | 2       | 200                | 76                     | 1* | -              | 12                     | -                           |
| 2      | 2      | 3       | 200                | 71                     | 2  | 5,00           | 15                     | 10                          |
| 3      | 3      | 4       | 300                | 56                     | 3  | 10,00          | 15                     | 10                          |
| 4      | 4      | 5       | 150                | 26                     | 4  | 10,00          | 16                     | 10                          |
| 5      | 5      | 6       | 150                | 13                     | 5  | 6,00           | 14                     | 10                          |
| 6      | 6      | 7       | 300                | 3                      | 6  | 6,00           | 14                     | 10                          |
| 7      | 3      | 8       | 100                | 5                      | 7  | 3,00           | 10                     | 10                          |
| 8      | 4      | 9       | 100                | 5                      | 8  | 5,00           | 13                     | 10                          |
| 9      | 4      | 10      | 300                | 15                     | 9  | 5,00           | 12                     | 10                          |
| 10     | 10     | 11      | 100                | 5                      | 10 | 10             | 14                     | 10                          |
| 11     | 6      | 12      | 300                | 4                      | 11 | 5,00           | 14                     | 10                          |
| 12     | 5      | 13      | 300                | 4                      | 12 | 4,00           | 8                      | 10                          |
| 13     | 5      | 14      | 300                | 3                      | 13 | 4,00           | 8                      | 10                          |
|        |        |         |                    |                        | 14 | 3,00           | 9                      | 10                          |

\*Nó Fonte

Tabela 9 - Resultados da metodologia da programação Linear para a rede Ramificada R com carga do Nó Fonte variável obtido por PONTE (2000).

| Trecho                         | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             |
|--------------------------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|
|                                | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                                  | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) |
| 1                              | 250  | 200             | 19677       | 300  | 200             | 28307       | 300  | 200             | 28307       |
| 2                              | 250  | 200             | 19677       | 250  | 200             | 19677       | 250  | 200             | 19677       |
| 3                              | 200  | 300             | 19968       | 250  | 300             | 29516       | 250  | 300             | 29516       |
| 4                              | 150  | 150             | 5925        | 200  | 150             | 9985        | 200  | 150             | 9985        |
| 5                              | 150  | 150             | 5925        | 150  | 150             | 5925        | 150  | 150             | 5925        |
| 6                              | 50 e 75                                    | 39 e 261        | 3395        | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| 7                              | 50 e 75                                    | 50 e 50         | 913         | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 8                              | 50 e 75                                    | 23 e 77         | 1073        | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 9                              | 100 e 150                                  | 219 e 81        | 7453        | 150  | 300             | 11848       | 150  | 300             | 11848       |
| 10                             | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 11                             | 50 e 75                                    | 15 e 285        | 3539        | 75 e 100                                       | 4,5 e 295,5     | 5795        | 100  | 300             | 5828        |
| 12                             | 50 e 75                                    | 36 e 264        | 3415        | 75 e 100                                       | 4,5 e 295,5     | 5795        | 100  | 300             | 5828        |
| 13                             | 50 e 75                                    | 72 e 228        | 3199        | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| <b>Total (R\$)</b>             | <b>96108</b>                               |                 |             | <b>129937</b>                                  |                 |             | <b>130003</b>                              |                 |             |
| Carga Total Nó Fonte (m.c.a.)* | 33,94                                      |                 |             | 29,57  |                 |             | 29,56                                      |                 |             |
| Custo Reservatório (R\$)**     | 33940,00                                   |                 |             | 29570,00                                       |                 |             | 29560,00                                   |                 |             |

\* - Pressão em metros de coluna d'água.

\*\* - Custo de implantação do reservatório ou do *booster pump* de abastecimento da rede no nó fonte.

## 5 Resultados

Com base em PONTE (2000), foram adotadas as mesmas condições base descritas para a rede ramificada R, e com o auxílio do VBA e Solver foram feitas simulações usando o método de Programação Linear para a otimização do problema.

Também foram adotados três níveis de restrições para análise, são eles:

- Não existe restrição com relação à máxima adução dos tubos, e qualquer trecho pode apresentar tubulações com diâmetros diferentes.
- Existem restrições com relação à máxima capacidade dos tubos, e qualquer trecho pode apresentar tubulações com diâmetros diferentes.
- Existem restrições com relação à máxima capacidade dos tubos e cada trecho deve ser constituído por um único diâmetro.

Foram realizadas simulações para os mesmos cenários apresentado por PONTE (2000), isto é, rede com um único nó fonte de carga pré-determinada (tabela 04), rede com dois reservatórios de alimentação (tabela 06) e redes com único reservatório de alimentação e com carga variável (tabela 08). Os resultados obtidos através do MaxTub são apresentados nas tabelas 10, 11 e 12, respectivamente.

No apêndice B, estão disponíveis os resultados de saída obtidos com a simulação do problema a partir do MaxTub.

Tabela 10 - Resultado da metodologia da Programação Não Linear para rede Ramificada R através do VBA e Solver.

| Trecho       | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             |
|--------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|
|              | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                                  | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) |
| 1            | 300  | 200             | 28307       | 300  | 200             | 28307       | 300  | 200             | 28307       |
| 2            | 250e 300                                   | 82 e 128        | 24786       | 250 e 300                                      | 82 e 128        | 24786       | 300  | 200             | 28307       |
| 3            | 250  | 300             | 29516       | 250  | 300             | 29516       | 250  | 300             | 29516       |
| 4            | 150 e 200                                  | 93 e 57         | 7471        | 200  | 150             | 9984        | 200  | 150             | 9984        |
| 5            | 150  | 150             | 5924        | 150  | 150             | 5924        | 150  | 150             | 5924        |
| 6            | 50 e 75                                    | 42 e 258        | 3384        | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| 7            | 50 e 75                                    | 22 e 78         | 1078        | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 8            | 50 e 75                                    | 19 e 81         | 1099        | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 9            | 100 e 150                                  | 3 e 297         | 11793       | 150  | 300             | 11848       | 150  | 300             | 11848       |
| 10           | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 11           | 50 e 75                                    | 30 e 270        | 3448        | 100  | 300             | 5828        | 100  | 300             | 5828        |
| 12           | 50 e 75                                    | 39 e 261        | 3404        | 100  | 300             | 5828        | 100  | 300             | 5828        |
| 13           | 50 e 75                                    | 75 e 225        | 3177        | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| <b>Total</b> | <b>125.334</b>                             |                 |             | <b>135.109</b>                                 |                 |             | <b>138.630</b>                             |                 |             |

Tabela 11 - Resultado da metodologia da Programação Não Linear para rede Ramificada R com dois reservatórios através do VBA e Solver.

| Trecho       | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             |
|--------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|
|              | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                                  | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) |
| 1            | 250  | 200             | 19677       | 250  | 200             | 19677       | 200  | 200             | 13312       |
| 2            | 200  | 200             | 13312       | 200  | 200             | 13312       | 200  | 200             | 13312       |
| 3            | 150 e 200                                  | 270 e 30        | 12640       | 150 e 200                                      | 270 e 30        | 12640       | 200  | 300             | 19968       |
| 4            | 150 e 200                                  | 93 e 60         | 7471        | 200  | 150             | 9984        | 200  | 150             | 9984        |
| 5            | 150  | 150             | 5924        | 150  | 150             | 5924        | 150  | 150             | 5924        |
| 6            | 50 e 75                                    | 42 e 258        | 3384        | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| 7            | 75 e 100                                   | 53 e 47         | 1551        | 100  | 100             | 3949        | 150  | 100             | 3949        |
| 8            | 75 e 100                                   | 46 e 54         | 1602        | 100  | 100             | 3949        | 150  | 100             | 3949        |
| 9            | 150 e 200                                  | 12 e 288        | 19654       | 200  | 300             | 19968       | 200  | 300             | 19968       |
| 10           | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 11           | 50 e 75                                    | 30 e 270        | 3448        | 100  | 300             | 5828        | 100  | 300             | 5828        |
| 12           | 50 e 75                                    | 39 e 261        | 3404        | 100  | 300             | 5828        | 100  | 300             | 5828        |
| 13           | 50 e 75                                    | 75 e 225        | 3177        | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| <b>Total</b> | <b>97.193</b>                              |                 |             | <b>110.263</b>                                 |                 |             | <b>111.225</b>                             |                 |             |

Tabela 12 - Resultado da metodologia da Programação Não-Linear para rede Ramificada R com carga do Nó Fonte variável através do VBA e Solver.

| Trecho                         | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único |                 |             | Com restrição de Vazão e de diâmetro único |                 |             |
|--------------------------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|--|-----------------|-------------|
|                                | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                                  | Comprimento (m) | Custo (R\$) | Diâmetro (mm)                              | Comprimento (m) | Custo (R\$) |
| 1                              | 200  | 200             | 19.677      | 300  | 200             | 28307       | 300  | 200             | 28307       |
| 2                              | 200  | 200             | 19.677      | 250  | 200             | 19677       | 250  | 200             | 19677       |
| 3                              | 200  | 300             | 19.968      | 250  | 300             | 29516       | 250  | 300             | 29516       |
| 4                              | 150  | 150             | 5.925       | 200  | 150             | 9985        | 200  | 150             | 9985        |
| 5                              | 100 e 150                                  | 1,5 e 148,5     | 5.925       | 150  | 150             | 5925        | 150  | 150             | 5925        |
| 6                              | 50 e 75                                    | 42 e 258        | 3.395       | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| 7                              | 50 e 75                                    | 51 e 49         | 913         | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 8                              | 50 e 75                                    | 24 e 76         | 1.073       | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 9                              | 100 e 150                                  | 24 e 276        | 7.453       | 150  | 300             | 11848       | 150  | 300             | 11848       |
| 10                             | 100  | 100             | 1.942       | 100  | 100             | 1942        | 100  | 100             | 1942        |
| 11                             | 50 e 75                                    | 30 e 270        | 3.539       | 100  | 300             | 5828        | 100  | 300             | 5828        |
| 12                             | 50 e 75                                    | 39 e 261        | 3.415       | 100  | 300             | 5828        | 100  | 300             | 5828        |
| 13                             | 50 e 75                                    | 75 e 225        | 3.199       | 75   | 300             | 3628        | 75   | 300             | 3628        |
| <b>Total (R\$)</b>             | <b>87.125</b>                              |                 |             | <b>130003</b>                                  |                 |             | <b>130003</b>                              |                 |             |
| Carga Total Nó Fonte (m.c.a.)* | 39,84                                      |                 |             | 29,56  |                 |             | 29,56                                      |                 |             |
| Custo Reservatório (R\$)**     | 33840,00                                   |                 |             | 29560,00                                       |                 |             | 29560,00                                   |                 |             |

\* - Pressão em metros de coluna d'água.

\*\* - Custo de implantação do reservatório ou do *booster pump* de abastecimento da rede no nó fonte.

## 6 Discussão

Os resultados obtidos a partir do MaxTub, com o intuito de analisar os modelos de programação linear, mostraram-se bastante eficaz e confiáveis, mostrando que a Ferramenta Solver pode ser usada para resolver programas de otimização de pequenas escalas.

Ao analisar a aplicação do modelo linear para a rede ramificada, observamos que os resultados obtidos foram muito semelhantes aos obtidos por PONTE (2000), uma vez que eles apresentam custos otimizados semelhantes. Assim pode-se comprovar que a Programação Linear é eficiente na modelagem de problemas desse tipo.

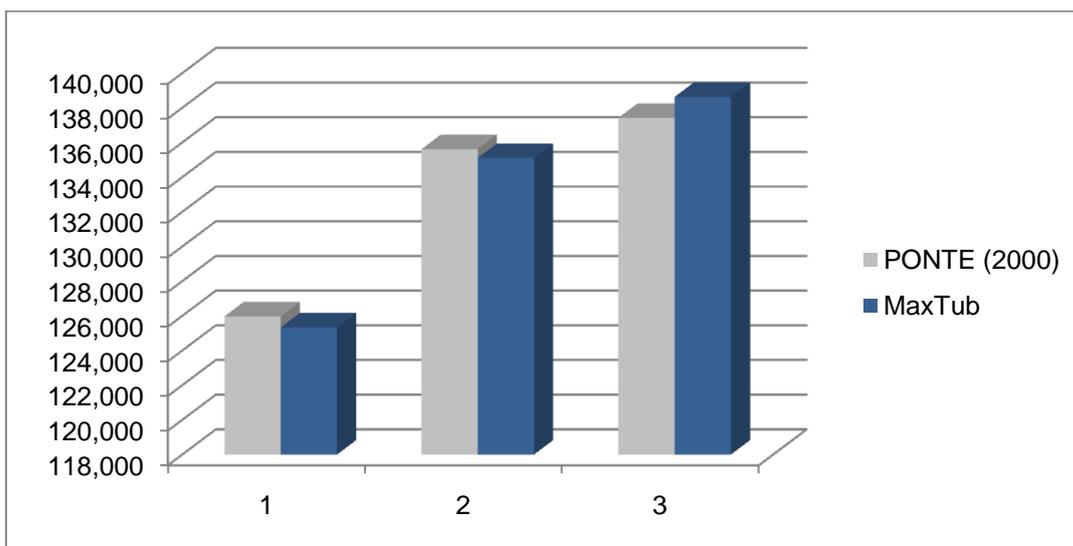


Figura 3 - Rede ramificada com único reservatório de alimentação e carga pré-determinada.

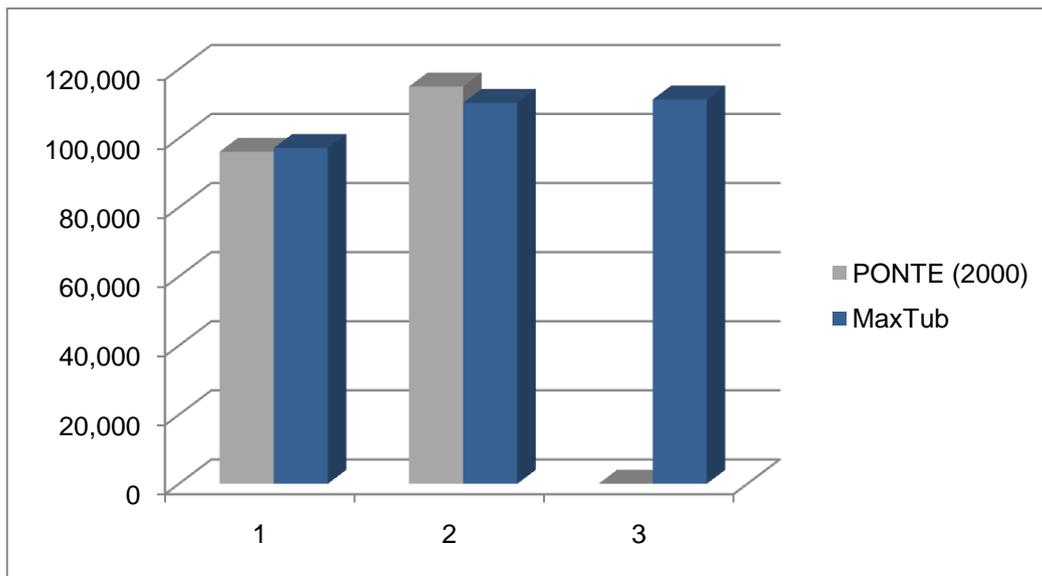


Figura 4 - Rede ramifica com dois reservatórios de alimentação de carga pré-determinada.

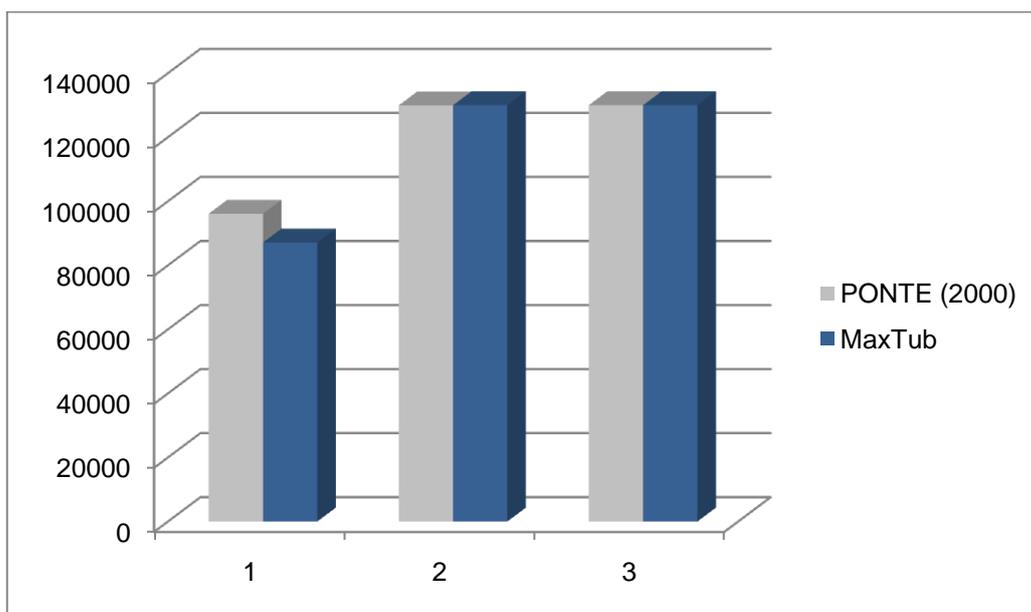


Figura 5 - Rede Ramificada com único reservatório de alimentação de carga variável.

Tabela 13 - Comparação dos custos otimizados.

| Rede Ramificada                   | Nível de restrição                             | PONTE<br>(2000) | MaxTub  | $\frac{\text{PONTE (2000)}}{\text{MaxTub}}$ |
|-----------------------------------|--|-----------------|---------|---|
| Único Nó fonte de carga conhecida | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único     | 125.971         | 125.334 | 1,005                                       |
|                                   | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único | 135.614         | 135.109 | 1,004                                       |
|                                   | Com restrição de Vazão e de diâmetro único     | 137.424         | 138.630 | 0,991                                       |
| Dois Nós fonte de carga conhecida | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único     | 96.105          | 97.193  | 0,988                                       |
|                                   | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único | 114.995         | 110.263 | 1,043                                       |
|                                   | Com restrição de Vazão e de diâmetro único     | *               | 111.225 |   |
| Único Nó fonte de carga Variável  | Sem restrição de Vazão e de diâmetro único     | 96.108          | 87.125  | 1,103                                       |
|                                   | Com restrição de Vazão e sem de diâmetro único | 129.937         | 130003  | 0,999                                       |
|                                   | Com restrição de Vazão e de diâmetro único     | 130.003         | 130003  | 1,000                                       |

\* sem dados

Analisando aos dados da primeira rede simulada (tabela 10 e figura 3) observa-se que os resultados foram muito semelhantes, uma vez que todos os dados obtidos foram iguais aos obtidos por PONTE (2000).

Para a segunda rede simulada (tabela 11 e figura 4), observa-se que existiram algumas divergências nos resultados. No primeiro nível de restrição, observou-se que não houve muita variação na escolha de diâmetros para a construção da malha, porém, observa-se que houve uma pequena diferença na escolha do comprimento de alguns trechos. Os trechos, nos quais foi sugerido o uso de tubulações com dois diâmetros diferentes apresentaram frações de comprimento diferentes dos obtidos por PONTE (2000), isso pode ser observado nas tabelas de saída do MaxTub apresentadas no apêndice B. No segundo nível de restrição, as diferenças foram mínimas.

Por outro lado, no terceiro nível de restrição houve uma grande diferença, PONTE (2000) não conseguiu gerar dados para a rede, mas no modelo desenvolvido foi possível dados que se aproximaram bastante dos obtidos para o segundo nível de restrição, variado apenas na escolha do trecho 3 da malha estudada.

Na terceira e última etapa de simulação (tabela 12 e figura 5), observa-se que houve alguma diferença, principalmente na escolha dos diâmetros, uma vez que existiram quatro trechos com escolha de diâmetros diferentes dos obtidos por PONTE (2000). Quanto aos trechos segmentados compostos por tubulações de diâmetro diferentes, também ocorreram algumas divergências embora que mais suaves.

Uma observação válida para o nosso problema é que à medida que as restrições vão sendo adicionadas ao problema, o custo de construção vai sofrendo alterações e vai se tornando mais oneroso. Por outro lado, com a adição das restrições temos uma maior eficiência de distribuição e maior conservação das tubulações, uma vez que elas não trabalham dentro de suas especificações. Contudo, é necessária uma análise mais apurada por parte do projetista para a escolha do projeto mais adequado ao problema, pois

dependendo da do projeto pode-se adotar ou negligenciar alguma restrições, o que irá afetar diretamente nos custos de construção de redes de distribuição.

## 7 Conclusões e Recomendações

O uso da Programação Linear usando Excel/ VBA pode ser de grande valia para escolha de componentes de rede de distribuição ramificadas, já que podem ser simuladas inúmeras situações diferentes facilitando uma melhor análise do problema e possibilitando a montagem de um sistema complexo e globalmente mais eficiente e menos oneroso, como é nesse caso.

Uma possível ativa para as diferenças nos resultados discutidos anteriormente pode ser a variação no parâmetro usado para o cálculo da perda de carga, pois aqui neste trabalho se trabalhou com parâmetro com três casas decimais. Outra possível causa pode ser a precisão dos cálculos realizados pelo Solver, uma vez que em alguns momentos são realizadas aproximações dos valores das variáveis de decisão do problema.

Apesar do Solver ter-se mostrado eficiente, vale salientar que a escolha de outro Software mais poderoso se faz adequada, pois o Solver mostrou algumas limitações quanto ao número de variáveis de decisão, uma vez que só se consegue trabalhar com no máximo 200 variáveis, tornando-se, assim, incapaz de simular problemas mais complexos e abrangentes. Por isso, recomenda-se o uso do What's Best da Lindo system, que é de aplicação similar ao Solver Excel e consegue trabalhar com um maior número de variáveis de decisão, ou de outros programas semelhantes.

Em trabalhos futuros, recomenda-se uma análise similar para Redes Malhadas. É recomendada também a aplicação e o desenvolvimento de modelos Não-Lineares e a aplicação da programação Não-Linear para a realização de simulações em redes de distribuição.

## 8 Bibliografia

ALPEROVITS, G, e SHAMIR, U.- Design of Optimal Water Distribution- Water Resources research, v.13, n. 6, p-885-900, Dezembro 1977.

AMARAL, Paulo Silva de do- Otimização redes de distribuição de água, Análise e Implementação da Metodologia de Morgan- Tese de mestrado, Editora UFC, 1998.

COLIN, Emerson C.- Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas, - Rio de Janeiro, LTC, 2007.

CLEASBY, John L.; DOLAND, James J.; BABBITT, Harold E.-abastecimento de água- Tradução Zadir Castelo Branco, São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1973, 592 p.

KARMELI, David; GADISH, Y. e MEYERS, S. – Design of Optimal water Distribution Network – Journal of the Pipeline Division, ASCE, vol. 94, n. PL1, proc. Paper 6130, Outubro 1968, p. 21.

LAI. D., e SCHAAKE, J. – Linear Programming and Dynamic programming Applications to Water Distribution Network Design –Report 116, Departamento de Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia de Massachusetts, Cambridg, Massachusetts, 1969.

MORGAN, D. R.; GOULTER, I. C.-Optimal Water Distribution Design – Water Resources Research, v.21, n.8, p. 642-652, 1985.

NETTO, Azevedo; FERNANDEZ, Miguel Fernandez y; ARAUJO, Roberto de; ITO, Acácio Eiji- Manual de Hidráulica – São Paulo, Editora Edgard Blücher LTDA, 1998, 8ª edição.

OSSENBRUGGEN, Systems Analysis for Civil Engineers – Editora John Wiley & Sons, E.U.A., 1984.

PONTE, Vitor Moreira da Rocha – Otimização de redes de distribuição de água aplicando Programação Linear e Não-Linear- Tese de mestrado, Editora UFC, 2000.

PORTO, Rodrigo de Melo – Hidráulica Básica- São Paulo, EESC/USP, 1ª edição, 1998, 540 p.

## APÊNDICE

## APÊNDICE A

## **Código fonte para a simulação da Rede Ramificada em arquivo VBA.**

```
Sub calculo()
```

```
If CheckBox1 = True Then
```

```
Worksheets(2).Cells(7, 51) = "'DADOS DE ENTRADA!r14c11"
```

```
a = 14
```

```
While Worksheets(1).Cells(a, 4) <> 0
```

```
Worksheets(2).Cells(a - 7, 3).FormulaR1C1 = "'DADOS DE ENTRADA!r" & a  
& "c4"
```

```
Worksheets(2).Cells(a - 7, 27).FormulaR1C1 = "'DADOS DE ENTRADA!r" &  
a & "c5"
```

```
Worksheets(2).Cells(a - 7, 56).FormulaR1C1 = "'DADOS DE ENTRADA!r" &  
a & "c2"
```

```
Worksheets(2).Cells(a - 7, 57).FormulaR1C1 = "'DADOS DE ENTRADA!r" &  
a & "c3"
```

```
a = a + 1
```

```
Wend
```

```
While Worksheets(1).Cells(a, 10) <> 0
```

```
Worksheets(2).Cells(a - 7, 51).FormulaR1C1 = "'DADOS DE ENTRADA!r" &  
a & "c11"
```

```
Worksheets(2).Cells(a - 7, 54).FormulaR1C1 = "'DADOS DE ENTRADA!r" &  
a & "c12"
```

```
Worksheets(2).Cells(a - 7, 55).FormulaR1C1 = "'DADOS DE ENTRADA!r" &  
a & "c13"
```

```
a = a + 1
```

```
Wend
```

```
i = 7
```

```
While Worksheets(2).Cells(i, 3) <> 0
```

```
Worksheets(2).Cells(i, 25).FormulaR1C1 = "=sum(R" & i & "C4:R" & i & "C18)"
```

```
Worksheets(2).Cells(i, 26).FormulaR1C1 = "=sumproduct(R" & i & "C4:R" & i &
"C18,r11c60:r11c74)*(r" & i & "c3)"
```

```
j = 4
```

```
While j <= 18
```

```
Worksheets(2).Cells(i, j + 24).FormulaR1C1 = "=(10.643 * (((r" & i & "c27)/1000)
/( r10c" & j + 56 & ") ^ 1.852 * ((r6c" & j + 56 & ") / 1000) ^ -4.87)*(r" & i &
"c" & j & ")*(r" & i & "c3)"
```

```
j = j + 1
```

```
Wend
```

```
x = 4
```

```
While Worksheets(2).Cells(i, 27) >= Worksheets(2).Cells(8, x + 56)
```

```
Worksheets(2).Cells(i, 82).FormulaR1C1 = "=sum(r" & i & "c4:r" & i & "c" & x &
")"
```

```
x = x + 1
```

```
Wend
```

```
Worksheets(2).Cells(i, 45).FormulaR1C1 = "=sum(r" & i & "c28:r" & i & "c42)"
```

```
If Worksheets(2).Cells(i, 57) = i - 5 Then
```

```
b = Worksheets(2).Cells(i, 56)
```

Worksheets(2).Cells(i + 1, 52).FormulaR1C1 = "=r" & b + 6 & "c52-r" & i & "c45"

End If

Worksheets(2).Cells(i + 1, 53) = "=r" & i & "c52-r" & i & "c51"

Worksheets(2).Cells(i, 24) = "=r" & i & "c25\*r" & i & "c3"

Worksheets(2).Cells(3, 26).FormulaR1C1 = "=sum(r7c26:r" & i & "c26)"

Worksheets(2).Cells(58, 3).FormulaR1C1 = "=sum(r7c3:r" & i & "c3)"

Worksheets(2).Cells(58, 24).FormulaR1C1 = "=sum(r7c24:r" & i & "c24)"

p = i

i = 1 + i

Wend

Z = p

Worksheets(2).Cells(6, 1) = Z

a1 = 8

While Worksheets(2).Cells(a1, 55) <> 0

Worksheets(2).Cells(a1, 53) = "= r" & a1 & "c52 - r" & a1 & "c51"

a1 = a1 + 1

Wend

If CheckBox2 = True Then

SolverAdd CellRef:="\$cd\$7:\$cd\$" & Z & "", Relation:=2, FormulaText:="0"

Else

End If

SolverOk SetCell:="\$Z\$3", MaxMinVal:=2, ValueOf:="0",  
ByChange:="\$D\$7:\$R\$" & Z & ""

SolverAdd CellRef:="\$X\$7:\$X\$" & Z & "", Relation:=2,  
FormulaText:="\$C\$7:\$C\$" & Z & ""

SolverAdd CellRef:="\$BA\$7:\$BA\$" & Z + 1 & "", Relation:=1,  
FormulaText:="\$BC\$7:\$BC\$" & Z + 1 & ""

SolverAdd CellRef:="\$BA\$7:\$BA\$" & Z + 1 & "", Relation:=3,  
FormulaText:="\$BB\$7:\$BB\$" & Z + 1 & ""

If CheckBox4 = True Then

SolverAdd CellRef:="\$D\$7:\$R\$" & Z & "", Relation:=5, FormulaText:="binario"

Else

End If

SolverOk SetCell:="\$Z\$3", MaxMinVal:=2, ValueOf:="0",  
ByChange:="\$D\$7:\$R\$" & Z & ""

SolverOptions MaxTime:=100, Iterations:=100, Precision:=0.000001,  
AssumeLinear \_

:=True, StepThru:=False, Estimates:=1, Derivatives:=1, SearchOption:=1, \_

IntTolerance:=5, Scaling:=False, Convergence:=0.0001, AssumeNonNeg:=True

SolverOk SetCell:="\$Z\$3", MaxMinVal:=2, ValueOf:="0",  
ByChange:="\$D\$7:\$R\$" & Z & ""

SolverSolve

solverReset

End If

## APÊNDICE B



















## APÊNDICE C

## Interfaces do MaxTub



Microsoft Excel - MaxTub dois reser

**Instruções:**

- 1) Forneça os dados básicos da rede de distribuição, tais como comprimento, vazão abastecimento requerida e etc.
- 2) Caso seja redes com dois ou mais reservatórios de abastecimento, a vazão deste reservatórios deve ser fornecida com valor negativo.
- 3) Para reservatórios, a cota é nula.
- 4) Para nós fonte, se carga pré determinada, a lacuna de pressão máxima corresponde à carga pré determinada.

Aplicar dados      Fechar

| Trecho | Nº Origem | Nº Destino | comprimento (m) | vazão |
|--------|-----------|------------|-----------------|-------|
| 1      | 1         | 2          | 200             | 30    |
| 2      | 2         | 3          | 200             | 25    |
| 3      | 3         | 4          | 300             | 10    |
| 4      | 4         | 5          | 150             | 26    |
| 5      | 5         | 6          | 150             | 13    |
| 6      | 6         | 7          | 300             | 3     |
| 7      | 3         | 8          | 100             | 5     |
| 8      | 4         | 9          | 100             | 5     |
| 9      | 4         | 10         | 300             | 31    |
| 10     | 10        | 11         | 100             | 5     |
| 11     | 6         | 12         | 300             | 4     |
| 12     | 5         | 13         | 300             | 4     |
| 13     | 5         | 14         | 300             | 3     |
| 14     |           |            |                 |       |
| 15     |           |            |                 |       |
| 16     |           |            |                 |       |
| 17     |           |            |                 |       |
| 18     |           |            |                 |       |
| 19     |           |            |                 |       |
| 20     |           |            |                 |       |

| nó | Vazão de abastecimento (L/s) | cota (m) | Pressão mínima | Pressão máxima |
|----|------------------------------|----------|----------------|----------------|
| 1  | -40                          | 12       | 0              | 29             |
| 2  | 5                            | 15       | 10             | 20             |
| 3  | 10                           | 15       | 10             | 20             |
| 4  | 10                           | 16       | 10             | 20             |
| 5  | 6                            | 14       | 10             | 20             |
| 6  | 6                            | 14       | 10             | 20             |
| 7  | 3                            | 10       | 10             | 20             |
| 8  | 5                            | 10       | 10             | 20             |
| 9  | 5                            | 10       | 10             | 20             |
| 10 | -36                          | 0        | 0              | 28             |
| 11 | 5                            | 14       | 10             | 20             |
| 12 | 4                            | 8        | 10             | 20             |
| 13 | 4                            | 8        | 10             | 20             |
| 14 | 3                            | 9        | 10             | 20             |
| 15 |                              |          |                |                |
| 16 |                              |          |                |                |
| 17 |                              |          |                |                |
| 18 |                              |          |                |                |
| 19 |                              |          |                |                |
| 20 |                              |          |                |                |

| diâmetro (mm)                  | 50     | 75      | 100     | 150     |
|--------------------------------|--------|---------|---------|---------|
| Vazão Máxima (m/s)             | 1,08   | 3,13    | 6,68    | 19,44   |
| Coefficiente de Hazen-Williams | 140    | 140     | 140     | 140     |
| custo (R\$ /m)                 | 6,1441 | 12,0945 | 19,4287 | 39,4941 |
| material                       | PVC    | PVC     | PVC     | PVC     |

apresentação      Cálculos      DADOS DE ENTRADA

Microsoft Excel - MaxTub dois reser

| Especificação das tubulações disponíveis | diâmetro (mm)       | 50      | 75      | 100     | 150     | 200     | 250      | 300      | 350      | 400      | 450      | 500      | 600     | 700      | 800      | 900     |
|--|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|---------|
|  | Vazão Máxima (m³/s) | 1,08    | 3,13    | 6,68    | 19,44   | 41,45   | 74,58    | 120,52   | 167,98   | 238,65   | 318,08   | 392,69   | 565,47  | 769,67   | 1005,28  | 1272,31 |
| Coefficiente de Hazen-Williams           | 140                 | 140     | 140     | 140     | 140     | 140     | 140      | 130      | 130      | 130      | 130      | 130      | 130     | 130      | 130      | 130     |
| custo (R\$/m)                            | 6,1441              | 12,0945 | 19,4287 | 39,4941 | 66,5615 | 98,3892 | 141,5366 | 689,1952 | 841,5533 | 1001,116 | 1140,679 | 1478,662 | 1893,28 | 2313,213 | 2778,811 |         |
| material                                 | PVC                 | PVC     | PVC     | PVC     | PVC     | PVC     | PVC      | Ferro    | Ferro    | Ferro    | Ferro    | Ferro    | Ferro   | Ferro    | Ferro    | Ferro   |

apresentação | Cálculos | DADOS DE ENTRADA

Microsoft Excel - MaxTub dois reser

Na tabela abaixo você encontrará os resultados da otimização.

| trecho | Comprimento | diâmetro (mm) |      |      |      |      |     |     |     |     |     |     |     |     |     | pressão existente no ponto de distribuição (m) | Custo Otimizado (R\$) |           |
|--------|-------------|---------------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|-----------------------|-----------|
|        |             | 50            | 75   | 100  | 150  | 200  | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 | 600 | 700 | 800 |  |                       | 900       |
| 1      | 200         | -             | -    | -    | -    | 1,00 | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 17,00                 | 85.340,53 |
| 2      | 200         | -             | -    | -    | -    | 1,00 | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 13,13                 |           |
| 3      | 300         | -             | -    | -    | 1,00 | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 12,52                 |           |
| 4      | 150         | -             | -    | -    | 1,00 | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,83                 |           |
| 5      | 150         | -             | -    | 0,07 | 0,93 | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,81                 |           |
| 6      | 300         | 0,14          | 0,86 | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 7      | 100         | 0,49          | 0,31 | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 8      | 100         | 0,43          | 0,37 | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 9      | 300         | -             | -    | -    | 0,24 | 0,76 | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 10     | 100         | -             | -    | 1,00 | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 24,46                 |           |
| 11     | 300         | 0,10          | 0,90 | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 12     | 300         | 0,14          | 0,86 | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 13     | 300         | 0,27          | 0,73 | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 14     | -           | -             | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 15     | -           | -             | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 16     | -           | -             | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 17     | -           | -             | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 18     | -           | -             | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 19     | -           | -             | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |
| 20     | -           | -             | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -   | -  | 10,00                 |           |

rede Ramificada com reservatório com carga pré determinada   
  Limite de Vazão   
  Diâmetro unico   
 calcular   
 resertar valores   
 fechar

Rede Ramificada com reservatório de carga variável   
 Se carga variável, forneça o coeficiente de custo adicional (R\$/m) na lacuna abaixo   
 1000

apresentação | Cálculos | DADOS DE ENTRADA